

Savoir CALCULER UNE FONCTION DÉRIVÉE

L'exercice 1. utilise les formules du cours sur la dérivée de λu , $u + v$, $u \cdot v$, $\frac{1}{u}$ et $\frac{u}{v}$.

Les exercices suivants combinent plusieurs formules.

1. Pour chaque fonction, donner son domaine de dérivabilité et sa fonction dérivée. On écrira l'expression du nombre dérivé sous forme factorisée autant que possible.

a) f définie par $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 7x + 15$.

b) g définie par $g(x) = 2x^2 + \sqrt{x}$.

c) h définie par $h(x) = x^{10} - x$.

d) F définie par $F(x) = \frac{1}{5x-3}$.

e) G définie par $G(x) = (x^2 + 7x)\sqrt{x}$.

f) H définie par $H(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

g) φ définie par $\varphi(x) = \frac{1}{2x^2 + 9x - 18}$.

h) ψ définie par $\psi(x) = 2x\sqrt{x}$.

i) f_1 définie par $f_1(x) = \frac{5}{x^2 + 1}$.

j) f_2 définie par $f_2(x) = \frac{x^2 - 49}{100}$.

k) χ définie par $\chi(x) = \left(\frac{1}{x} + 1\right)\left(\frac{1}{x} + 2\right)$.

l) F_0 définie par $F_0(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{7-x}$.

m) j définie par $j(x) = \frac{2\sqrt{x}}{\frac{1}{x} + 1}$.

n) C définie par $C(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$.

o) δ définie par $\delta(x) = 5\sqrt{x} - \frac{3}{x} + 7x^2 - 2x + 4$.

2. a) Étant données trois fonctions u , v et w dérivables sur I , établir la formule donnant $(uv + w)'$.

b) Soit la fonction $f: x \mapsto (x^2 + 1)\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ définie sur $]0; +\infty[$.

Utiliser le a) pour déterminer le domaine de dérivabilité de f et sa fonction dérivée.

3. a) Étant données deux fonctions u et v dérivables sur I , établir la formule donnant $(u + \frac{1}{v})'$.
- b) Soit la fonction $g : x \mapsto x^2 - 2x + 3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ définie sur $]0; +\infty[$.

Utiliser le a) pour déterminer le domaine de dérivabilité de g et sa fonction dérivée.

4. a) Étant données deux fonctions u et v dérivables sur I , établir la formule donnant $(\frac{1}{uv})'$.
- b) Soit la fonction $h : x \mapsto \frac{1}{(x^2 - 1)\sqrt{x}}$.

Déterminer \mathcal{D}_h , le domaine de définition de h .

- c) Utiliser le a) pour déterminer le domaine de dérivabilité de h et sa fonction dérivée.
-

5. a) Étant données trois fonctions u , v et w dérivables sur I , établir la formule donnant la dérivée de $\frac{u}{vw}$.
- b) Soit la fonction $\psi : x \mapsto \frac{1 + 3x}{(x + 2)\sqrt{x}}$ définie sur $]0; +\infty[$.

Déterminer \mathcal{D}_ψ , le domaine de définition de ψ .

- c) Utiliser le a) pour déterminer le domaine de dérivabilité de ψ et sa fonction dérivée.
-

6. a) Étant donnée une fonction u dérivable sur un intervalle I , démontrer que la fonction u^2 est dérivable sur I et exprimer sa fonction dérivée $(u^2)'$ en fonction de u et u' .
- b) Déterminer le domaine de dérivabilité et la fonction dérivée de $F : x \mapsto (3\sqrt{x} + 1)^2$.
- c) Déterminer le domaine de dérivabilité et la fonction dérivée de $G : x \mapsto (3 - \frac{1}{x})^2$.
-