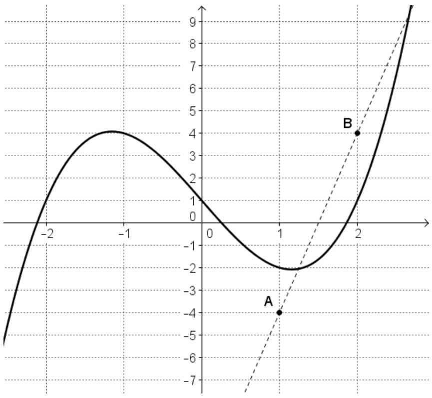
Savoir ÉTUDIER UNE FONCTION

1. Soit la fonction $f : x \mapsto x^3 - 4x + 1$ représentée ci-contre.



a) Déterminer la fonction dérivée de f.

b) Tracer avec précision la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.
Justifier la construction.

c) Déterminer les valeurs exactes des coordonnées des points où la courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
Attention, les valeurs numériques sont désagréables...

d) En déduire le tableau de variations de f.

e) Donner un encadrement de $f(x)$ lorsque $x \in [\,1\,;\,2\,]$.

f) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

g) Déterminer les coordonnées des points où la courbe admet une tangente parallèle à (AB).

2. Partie A

Soit la fonction $g : x \mapsto \dfrac{-2x}{x^2 - 4}$ dont la représentation graphique est notée (C_g).

a) Déterminer le domaine de définition de g.

b) Déterminer la fonction dérivée de g.

c) Justifier que g est croissante sur chacun des intervalles sur lesquels elle est définie.

d) En déduire le tableau de variations de f.

Partie B

On définit la droite (d), tangente à la courbe (C_g) au point d'abscisse 0.

a) Déterminer une équation de (d).

b) Étudier, au moyen d'un tableau de signes, les positions relatives de la courbe (C_g) et de la droite (d).

Partie C

Soit la fonction f définie sur $[\,0\,;\sqrt{3}\,]$ par $f(x) = x + 1 - \dfrac{2x}{x^2 - 4}$.

a) Démontrer que f est croissante sur $[\,0\,;\sqrt{3}\,]$.

b) En déduire un encadrement de $f(x)$.