Savoir UTILISER LE DISCRIMINANT POUR TROUVER LES RACINES D'UN TRINÔME DU SECOND DEGRÉ, RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ, FACTORISER UN TRINÔME DU SECOND DEGRÉ

1. Déterminer les racines éventuelles des polynômes suivants :

a) $x^2 - x - 132$ | *b)* $2x^2 - 13x - 7$ | *c)* $5x^2 + 4x + 3$ | *d)* $9x^2 - 12x + 4$

---

2. Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$:

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

b) $2x^2 - x - 1 = 0$

c) $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$

d) $-x^2 + 2x + 1 = 0$

e) $3x^2 + 8x - 3 = 0$

f) $x^2 + x + 1 = 0$

g) $0{,}75x^2 + 1{,}5x + 0{,}5 = 0$

h) $x^2 - 2\sqrt{2}\,x + 2 = 0$

---

3. Si c'est possible, factoriser les polynômes suivants comme produit de deux facteurs de la forme $ax + b$:

a) $2x^2 + 7x - 15$ | *b)* $x^2 - x - 1$ | *c)* $7x^2 + 6x + 5$ | *d)* $289x^2 - 17x - 6$

---

4. On donne la fonction $f : x \mapsto x^2 - 5x + 8$ de courbe représentative $\mathscr{C}$.

a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec la droite d'équation $y = 2$.

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec la courbe représentative de la fonction $g : x \mapsto -x^2 + 11x - 22$.

c) Démontrer que $\mathscr{C}$ ne coupe pas la droite d'équation $y = 6 - 3x$.

---

5. Une pelouse rectangulaire est deux fois plus longue que large.
On l'entoure d'une allée de largeur 3 m.
L'ensemble fait un grand rectangle d'aire 387,50 m^2.

Déterminer les dimensions de la pelouse.

---

6. Déterminer tous les cas possibles de deux entiers consécutifs dont la somme des carrés vaut 1 513 .

---

7. À une grande réunion pour fêter Noël, chaque élève de 1ère S a apporté trois cadeaux à chacun des autres élèves.
Sachant que 1 950 cadeaux se trouvent au pied du sapin, combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ?

---

8. Résoudre par substitution le système $\begin{cases} x + y = 3 \\ xy = -4 \end{cases}$.

---

9. Une entreprise fabrique un type d'objets à l'aide d'un moule.
Le coût de production d'une quantité q d'objets est donné, en euros, par : $C(q) = 0{,}02q^2 + 20q + 4\,150$.
- 4 150 représente les coûts fixes en euros (dépenses pour l'achat du matériel, l'installation et autres frais),
- le coefficient 20 représente le prix en euros de la matière première pour un objet (alliage, peinture ...),
- $0{,}02q^2$ représente les coûts de main d'œuvre, stockage, frais d'approvisionnement en matière...

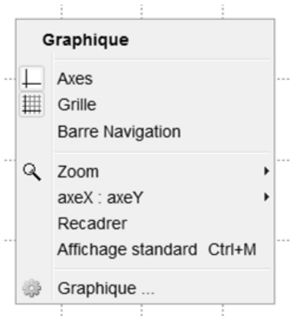
a) Déterminer le coût de production pour la fabrication de 300 objets.

b) Déterminer pour combien d'objets fabriqués le coût de production a-t-il été de 30 400 €.

c) Utiliser GeoGebra pour représenter cette fonction C sur $[\,0\,;\,1\,000\,]$.

Pour représenter une fonction sur un intervalle, taper dans la barre de saisie :
C(x)=Fonction[*expression,borne inférieure,borne supérieure*]

Pour avoir une échelle convenable, cliquer à droite sur le graphique et choisir
1 : 50 *dans* axeX : axeY .
Il faudra de plus beaucoup dézoomer...



On suppose que toute la production est vendue, quelle que soit la quantité, au prix de 52 € l'objet.

d) Justifier que le bénéfice est exprimé par $B(q) = -0{,}02q^2 + 32q - 4\,150$.

e) Justifier que le bénéfice atteint un maximum.
Donner le nombre d'objets fabriqués pour lequel ce bénéfice maximum est atteint.
Calculer alors le bénéfice.

f) Représenter cette fonction B sur le même graphique que C .

g) Déterminer pour combien d'objets fabriqués le bénéfice sera de 8 200 €.

h) Résoudre l'équation $B(q) = 0$.
En déduire le nombre d'objets de $[\,0\,;\,1\,000\,]$ à partir duquel le bénéfice devient positif.
