Savoir GÉRER LES EXERCICES À PARAMÈTRES

Pour chaque exercice, il est conseillé de représenter la situation sur GeoGebra au moyen d'un curseur représentant le paramètre.

---

1. Dans chaque question, k représente un paramètre réel.

a) Déterminer les valeurs de k telles que $P_k(x) = x^2 - 10x + k$ admet une seule racine.

Pour GeoGebra, prendre un curseur allant de 10 à 30 avec un incrément de 1.

b) Déterminer les valeurs de k telles que $P_k(x) = x^2 - kx + 10$ admet une seule racine.

Pour GeoGebra, prendre un curseur allant de –10 à 10 avec un incrément de 0,1.

c) Déterminer les valeurs de k telles que l'équation $x^2 + kx + k = 0$ admet une seule solution.

Pour GeoGebra, prendre un curseur allant de –5 à 10 avec un incrément de 0,5.

d) Déterminer les valeurs de k telles que l'équation $x^2 - 10x - k^2 = 0$ admet une seule solution.

Pour GeoGebra, prendre un curseur allant de –50 à 50 avec un incrément de 1.

---

2. On donne un réel m et la parabole $\mathscr{P} : y = -2x^2 + 8x$.

a) Déterminer m pour que $\mathscr{P}$ et la droite $(d_1) : y = 4x + m$ aient un seul point commun.

Pour GeoGebra, prendre un curseur allant de –10 à 10 avec un incrément de 1.

b) Déterminer m pour que $\mathscr{P}$ et la parabole $\mathscr{Q} : y = 0{,}5x^2 + m$ aient un seul point commun.

Pour GeoGebra, prendre un curseur allant de 0 à 10 avec un incrément de 0,2.

---

3. Soit l'équation $(E_p) : 3x^2 - 5x + 4p = 0$, avec $p \in \mathbb{R}$.

a) Déterminer les valeurs de p pour lesquelles (E_p) admet une seule solution.
Déterminer alors cette solution.

b) Déterminer les valeurs de p pour lesquelles (E_p) admet -1 pour solution.
Déterminer alors l'autre solution.

---

4. Pour chacun des polynômes P_k suivants, établir un tableau présentant le nombre de racines de P_k suivant les valeurs de k :

a) $P_k(x) = 2x^2 + 6x + k$.

b) $P_k(x) = kx^2 + x - 1$.

Attention à envisager d'abord le cas $k = 0$!

c) $P_k(x) = 3x^2 + kx + k$.

d) $P_k(x) = kx^2 - x + k$.

e) $P_k(x) = x^2 + kx - 1$.

f) $P_k(x) = k^2x^2 - kx + 1$.

5. *a)* α) Déterminer les racines de $12m^2 + 28m - 24$.

β) En déduire la factorisation de $12m^2 + 28m - 24$.

γ) Dresser alors le tableau de signes de l'expression $12m^2 + 28m - 24$.

b) Soit $(\mathscr{E})$ l'équation $(m - 1)x^2 - 4mx + m - 6 = 0$, où m est un réel.
Déterminer m pour que $(\mathscr{E})$ ne soit pas une équation du second degré et résoudre alors $(\mathscr{E})$.

c) On suppose désormais que l'équation $(\mathscr{E})$ est du second degré.
Déterminer m dans chacun des cas suivants :

α) 0 est une solution de $(\mathscr{E})$.
Résoudre alors $(\mathscr{E})$.

β) 1 est une solution de $(\mathscr{E})$.

γ) $(\mathscr{E})$ admet une solution double.
Résoudre alors $(\mathscr{E})$.

δ) $(\mathscr{E})$ n'admet pas de solution.

ε) $(\mathscr{E})$ admet deux solutions.