Savoir UTILISER UN PRODUIT SCALAIRE POUR CALCULER UNE GRANDEUR

Rappel :

La grandeur à calculer peut être une longueur ou un angle.

Le principe est d'utiliser le même produit scalaire de deux manières différentes :

- une première fois avec une des quatre formes pour **exprimer ce produit scalaire en fonction de la grandeur à calculer**,
- une deuxième fois avec une autre des quatre formes pour **calculer la valeur numérique de ce produit scalaire**.

Il suffit alors d'écrire l'égalité pour avoir une équation d'inconnue la grandeur.

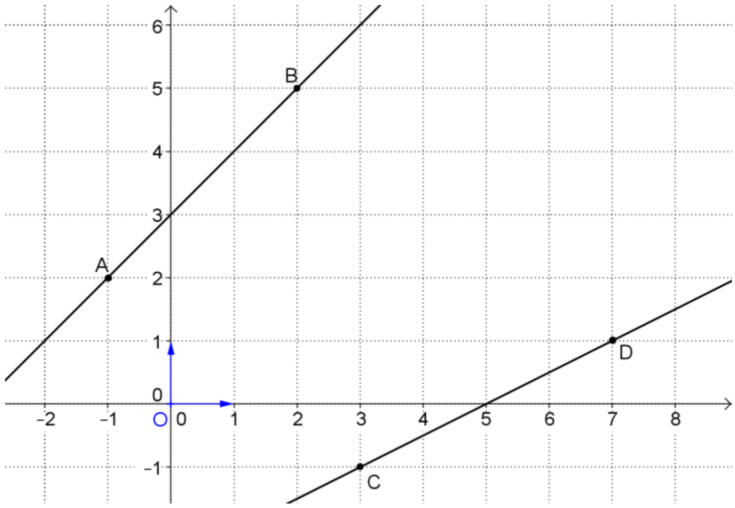
Les exercices **1.** *à* **4.** *sont bien détaillés.*

Les exercices **5.** *à* **8.** *sont du même type mais moins détaillés.*
L'exercice **9.** *est un peu plus difficile.*

Noter que les exercices **2.** , **5.** , **7.** *et* **9.** *se font directement avec la formules d'Al-Kashi. Mais ils ne présentent alors aucun intérêt et ne permettent pas de s'entraîner à la manipulation des produits scalaires.*
Vous pouvez néanmoins en profiter pour utiliser cette formule et vérifier vos calculs...

---

1. Dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$, on définit les points ci-dessous :



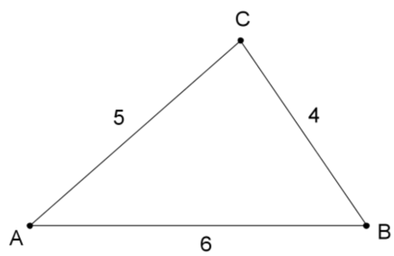
a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$.

b) Exprimer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ en fonction du cosinus de l'angle $(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{CD})$.

c) En déduire les deux angles supplémentaires formés par les deux droites (AB) et (CD) .
Arrondir à 0,1° près.

---

2. On définit le triangle ci-contre :



a) Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}$.
En déduire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

b) Exprimer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ en fonction du cosinus de l'angle $\widehat{BAC}$.

c) En déduire l'angle $\widehat{BAC}$.
Arrondir à 0,1° près.

d) Utiliser la même méthode pour calculer $\widehat{ABC}$.

e) Utiliser la même méthode pour calculer $\widehat{ACB}$.

---

3. Soit un triangle IJK tel que $IJ = 120$, $IK = 29$ et $JK = 101$.
Soit H le pied de la hauteur issue de K .

a) En exprimant le même produit scalaire de deux manières, calculer IH .

b) En déduire KH puis l'aire de IJK .

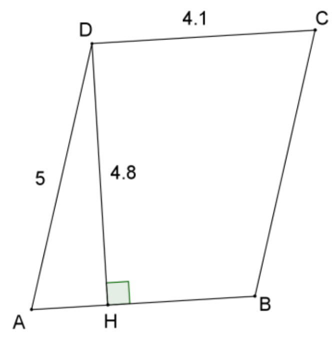
---

4. On donne le parallélogramme $ABCD$ de côtés $AB = 4{,}1$ et $AD = 5$.
Sa hauteur associée au côté $[AB]$ mesure $4{,}8$.

a) On pose H le pied de la hauteur issue de D .
Calculer AH .

b) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$.

c) Utiliser une autre forme du produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ pour l'exprimer en fonction de la longueur AC .
En déduire la longueur de la diagonale $[AC]$.



---

5. On définit le triangle RST tel que $RS = 9$, $RT = 6{,}5$ et $\widehat{R} = 40°$.

Calculer ST , arrondi à 10^{-2} .

---

6. Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, on définit les points $M (300 ; 400)$, $N (943 ; 1\,166)$, $S (468 ; 912)$ et $T (407 ; 1\,616)$.

Déterminer les deux angles supplémentaires formés par les deux droites (MN) et (ST) .
Arrondir à 0,1° près.

Exercice à gros calculs, ne pas s'inquiéter...

---

7. Soit le triangle XYZ tel que $XY = 48$, $XZ = 71$ et $YZ = 115$.

En calculant le même produit scalaire de deux manières différentes, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{YXZ}$.
Arrondir à 0,1° près.

---

8. Soit le parallélogramme $KLMN$ tel que $KL = 25{,}2$, $LM = 7{,}3$ et la hauteur issue de N mesure $5{,}5$.

Calculer la longueur de la diagonale $[KM]$.

---

9. On définit un triangle EFG tel que $EF = 10$, $FG = 9$ et $\widehat{E} = 60°$.

Exprimer de deux manières différentes un même produit scalaire en fonction de EG .

En déduire qu'il existe deux triangles ayant ces trois mesures en donnant les deux longueurs possibles du segment $[EG]$, arrondies à 10^{-2} .
