

Savoir CALCULER ET UTILISER UN ÉCART TYPE

S'il est spécifié « en détaillant les calculs », vous montrerez les calculs de la moyenne et de la variance avant celui de l'écart type. Sinon, vous pourrez trouver les caractères à la calculatrice (si vous disposez d'un ordinateur, entraînez-vous à le faire également sur tableur).

1. a) On donne la série de valeurs suivantes : 2 – 2 – 5 – 9 – 10 – 11 .
Calculer son écart type, au centième près, en détaillant les calculs.

b) On donne la série de valeurs suivantes : 135 – 148 – 152 – 175 – 201 .
Calculer son écart type, au centième près, en détaillant les calculs.

2. On a relevé les lancers de javelot de deux athlètes durant leur entraînement hebdomadaire :

Athlète A :

54 m ; 61 m ; 55 m ; 59 m ; 67 m ; 49 m ; 54 m ; 58 m ; 64 m ; 45 m ; 71 m
67 m ; 53 m ; 54 m ; 60 m ; 47 m ; 55 m ; 56 m ; 65 m ; 61 m ; 57 m ; 51 m

Athlète B :

52 m ; 68 m ; 64 m ; 48 m ; 51 m ; 69 m ; 70 m ; 64 m ; 52 m ; 54 m ; 49 m
51 m ; 52 m ; 68 m ; 53 m ; 47 m ; 51 m ; 65 m ; 54 m ; 64 m

Donner sans justification la moyenne et l'écart type de chaque athlète, en les arrondissant à 10 cm.

Comparer ces performances et proposer un athlète à sélectionner pour la prochaine compétition.

3.

	Déchets municipaux générés en kg par habitant			Utilisation d'engrais par l'industrie en milliers de tonnes d'ingrédient actif			Déchets municipaux générés en kg par habitant			Utilisation d'engrais par l'industrie en milliers de tonnes d'ingrédient actif			
	2000	2006	2008	2000	2006	2008	2000	2006	2008	2000	2006	2008	
Allemagne	643	563	581	2 743	2 485	2 522	Lettonie	270	411	331	50	66	118
Autriche	581	654	601	216	180	203	Lituanie	363	390	407	153	195	252
Belgique ¹	476	484	493	291	300	285	Luxembourg ¹	658	688	701
Bulgarie	516	446	467	152	148	148	Malte	547	624	696	1
Chypre	680	745	770	14	14	14	Pays-Bas	616	622	622	418	349	343
Danemark	665	741	802	349	296	306	Pologne	316	321	320	1 584	1 686	2 011
Espagne	662	599	575	2 149	1 825	1 939	Portugal	472	454	477	219	167	152
Estonie	440	466	515	35	45	56	Rép. tchèque	334	296	306	331	373	378
Finlande	503	495	522	299	269	265	Roumanie	355	388	382	304	332	332
France	516	538	543	4 145	3 539	3 823	Royaume-Uni	578	587	565	1 764	1 565	1 611
Grèce	408	443	453	456	372	324	Slovaquie	254	301	328	118	128	130
Hongrie	445	468	453	417	484	448	Slovénie	513	432	459	76	90	90
Irlande	603	804	733	599	536	503	Suède	428	497	515	282	233	265
Italie	509	553	561	1 732	1 257	1 380	UE à 27	523	523	524	...	16 933	17 898

Source : INSEE 2011

On donne ci-dessus les séries des productions de déchets par habitant en 2000, en 2006 puis en 2008, sur tous les pays de l'Union Européenne.

Donner sans justification la moyenne et l'écart type de la série de 2000, puis de 2008. On arrondira au centième.

Utiliser ces valeurs pour comparer les deux années.

4. a) Considérons la série de notes obtenues lors d'une petite évaluation notée sur 5 :

Notes	1	2	3	4	5
Effectifs	3	7	11	5	2

Calculer la moyenne, à 10^{-1} près, et l'écart type, à 10^{-2} près, en détaillant les calculs.

- b) Considérons la série de notes obtenues lors d'un devoir commun à toutes les 3^{èmes} d'un collège :

Notes	5	6	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Effectifs	6	3	12	15	9	17	14	22	11	9	9	2	5

Donner sans justification la moyenne et l'écart type des 3^{èmes}, à 10^{-1} près.

- 5. a) On considère une série à une valeur, notée x_0 .
Déterminer sa moyenne et son écart type.

- b) On considère une série à deux valeurs, notées x_1 et x_2 , avec $x_1 < x_2$.
Montrer que sa variance est le quart de l'écart quadratique entre les deux valeurs.
En déduire son écart type.

Indication : Pour le calcul de l'écart type, on utilisera $\sqrt{X^2} = |X|$.

- c) On note respectivement m , V et s la moyenne, la variance et l'écart type de la série du b).
Aux deux valeurs x_1 et x_2 , on ajoute comme troisième valeur x_3 leur moyenne m .

- 1) Montrer que la moyenne reste la même.
- 2) Sans calcul, estimer si l'écart type augmente ou diminue.
- 3) Exprimer la nouvelle variance en fonction de V , puis le nouvel écart type en fonction de s et confirmer la réponse du b).

- 6. Cet exercice très abstrait permet de travailler la nouvelle notation $\sum_{k=1}^n a_k$ qui désigne la somme $a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

Pour bien débiter, on pourra traiter chaque question d'abord avec les $+$ et les \dots , puis avec Σ .

On considère une série de n valeurs x_1, x_2, \dots, x_n .

On pose m la moyenne, V la variance et s l'écart type de cette série.

- a) Déterminer la moyenne m' , la variance V' et l'écart type s' de la série obtenue en ajoutant le même nombre b à chacune des valeurs x_1, x_2, \dots, x_n .
- b) Déterminer la moyenne m'' , la variance V'' et l'écart type s'' de la série obtenue en multipliant par le même nombre positif a chacune des valeurs x_1, x_2, \dots, x_n .
- c) Déterminer la moyenne m''' , la variance V''' et l'écart type s''' de la série obtenue appliquant la fonction affine $x \mapsto ax + b$, avec $a > 0$, à chacune des valeurs x_1, x_2, \dots, x_n .