

## Savoir ÉTUDIER UNE SUITE ARITHMÉTIQUE

### Ce que vous devez savoir faire :

- démontrer qu'une suite est arithmétique (*exercice 1.*),
- calculer la raison et le premier terme d'une suite arithmétique dont on connaît deux termes (*exercice 2.*),
- trouver le rang du premier terme dépassant une valeur (*exercice 3. en situations abstraites, exercices 4. et 5. en situations concrètes*),
- calculer une somme de termes d'une suite arithmétique (*exercice 6. en situations abstraites, exercice 7. en situations concrètes*).

### 1. Étudier si les suites ci-dessous sont arithmétiques ou non.

Si oui, préciser la raison et le premier terme, puis préciser son sens de variation.

- a)  $(u_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_n = 6 - 2n$ .
- b)  $(v_n)$  définie par  $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = 1 - v_n \end{cases}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .
- c)  $(w_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $w_n = \frac{1 + 2n}{2}$ .
- d)  $(a_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $a_n = 3n - n^2$ .
- e)  $(U_n)$  définie par  $\begin{cases} U_0 = -50 \\ U_{n+1} = -2,5 + U_n \end{cases}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .
- f)  $(b_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $b_n = \frac{n^2 - n - 2}{n + 1}$ .

2. a) Calculer la raison et le premier terme de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  arithmétique telle que  $u_2 = 9$  et  $u_8 = 51$ .  
En déduire  $u_{100}$  puis  $u_{101}$ .
- b) Calculer la raison et le premier terme de la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  arithmétique telle que  $v_{10} = 1\,080$  et  $v_{20} = 960$ .  
En déduire  $v_{50}$ .
- c) Calculer  $w_{55}$  sachant que la suite  $(w_n)$  est arithmétique et que  $w_{10} = 152$  et  $w_{100} = 170$ .

3. a)  $(u_n)$  arithmétique de premier terme  $u_0 = 2$  et de raison 3.  
À partir de quel rang  $n$  le terme  $u_n$  dépasse 1 000 ?
- b)  $(v_n)$  arithmétique de premier terme  $v_0 = 550$  et de raison  $-0,2$ .  
À partir de quel rang  $n$  le terme  $v_n$  est négatif ?
- c)  $(W_n)$  arithmétique de premier terme  $W_0 = \frac{1}{6}$  et de raison  $\frac{1}{3}$ .  
À partir de quel rang  $n$  le terme  $W_n$  dépasse 10 ?

4. Un capital produit des **intérêts simples** si les intérêts sont uniquement calculés sur le capital de départ.  
Un capital produit des **intérêts composés** si à la fin de chaque période, les intérêts générés sont ajoutés au capital pour produire de nouveaux intérêts. On dit aussi que les intérêts sont capitalisés.

- a) Un épargnant place 100 euros à un taux d'intérêt simple annuel de 5 %.  
On appelle  $c_n$  le montant de son capital après  $n$  années de placement.  
La suite  $(c_n)$  est une suite arithmétique. Préciser sa raison et son premier terme.  
Au bout de combien d'années son capital aura-t-il doublé ?

- b) On place la somme de 10 000 euros à un taux d'intérêt simple annuel de 1,5 %.  
On appelle  $U_n$  le montant du capital après  $n$  années de placement.

Au bout de combien d'années le capital dépassera 12 500 euros ?

5. a) Les ongles d'un homme adulte poussent d'environ 0,1 mm par jour.

Suite à un accident, un homme a perdu son ongle.

7 jours après l'accident, la racine a produit 3 mm d'ongle.

Soit  $t_n$  la taille en mm de l'ongle  $n + 7$  jours après l'accident.

1°) Donner la nature de la suite  $(t_n)$ .

2°) Calculer  $t_{10}$ .

Donner une interprétation concrète du résultat.

3°) Au bout de combien de jours après l'accident son ongle mesurera à nouveau sa taille normale de 1,4 cm ?

- b) Une usine fabrique des jouets en bois.

Durant le mois de septembre 2010, elle en a fabriqué 12 300.

Le directeur décide de diminuer sa production de 145 jouets tous les mois.

On notera  $u_0$  le nombre de jouets fabriqués en septembre 2010,  $u_1$  le nombre de jouets fabriqués en octobre 2010,  $u_2$  le nombre de jouets fabriqués en novembre 2010 et  $u_n$  ainsi de suite.

1°) Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$  ?

2°) Donner l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

3°) Déterminer la plus petite valeur de  $n$  telle que  $u_n < 0$ .

4°) En déduire le dernier mois de production.

Quel est le nombre de jouets fabriqués ce dernier mois ?

6. Calculer les sommes suivantes :

a)  $S_1 = 100 + 107 + 114 + \dots + 793 + 800$ .

b)  $S_2 = 1 + \frac{3}{2} + 2 + \frac{5}{2} + \dots + 10$ .

c)  $S_3 =$  somme des 800 premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme 1,5 et de raison 0,001.

d)  $S_4 = 100 + 97 + 94 + \dots + 4 + 1 - 2 - 5 - \dots - 47 - 50$ .

7. a) Un pépiniériste vend des plants d'arbre à 50 € l'un.

Il propose une réduction de 2 € pour chaque plant supplémentaire acheté.

Quel sera le coût total pour un achat de 23 plants ?

- b) On dispose des poutres de la manière présentée ci-contre, où trois couches ont été empilées.

Combien de poutres le tas contiendra-t-il si on empile ainsi cent couches ?

