Savoir ÉTUDIER UNE SUITE GÉOMÉTRIQUE

Ce que vous devez savoir faire :

- démontrer qu'une suite est géométrique *(exercice* **1.** *)*,
- calculer la raison et le premier terme d'une suite géométrique dont on connait deux termes consécutifs ou ayant deux rangs d'écarts *(exercice* **2.** *)*,
- reconnaître une suite géométrique dans une situation concrète *(exercice* **3.** *)*,
- calculer une somme de termes d'une suite géométrique *(exercice* **4.** *)*.

---

1. Étudier si les suites ci-dessous sont géométriques ou non.

Si oui, préciser la raison et le premier terme, puis préciser son sens de variation.

a) (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3 \times 2^n$.

b) (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = (3 \times 2)^n$.

c) (w_n) définie par $\begin{cases} w_0 = -5 \\ w_{n+1} = 2\, w_n + 1 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} . \end{cases}$

d) (V_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $V_n = \dfrac{5}{7^n}$.

e) (a_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $a_n = (-2)^{n+1}$.

f) (U_n) définie par $\begin{cases} U_2 = 4 \\ U_{n+1} = \dfrac{-U_n}{2} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} . \end{cases}$

g) (b_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $b_n = 3^{n+5} - 3^{n-1}$.

h) (c_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $c_n = \dfrac{3^{n+5}}{2^{n-1}}$.

---

2. *a)* Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique telle que $u_7 = 234\,375$ et $u_8 = 1\,171\,875$.
Calculer sa raison et son premier terme.
En déduire u_5 .
Trouver trois manières de calculer u_6 .

b) Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique telle que $v_{10} = 5\,120$ et $v_{11} = -10\,240$.
Calculer sa raison et son premier terme.
En déduire v_{19} .

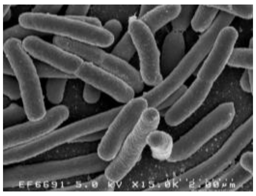
c) Soit la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique telle que $w_8 = 13\,122$ et $w_{10} = 118\,098$.
Montrer qu'il y a deux raisons possibles.
Calculer le premier terme sachant que (w_n) est croissante.

---

3. *a)* La plus petite des poupées russes ci-contre mesure 1,4 cm de haut et 5 mm de large.
On passe d'une poupée à la poupée de taille supérieure en multipliant ses dimensions par $\dfrac{4}{3}$.
Déterminer la hauteur et la largeur de la plus grande des poupées.
Arrondir au mm.

b) Un savon de 200 g est utilisé une fois par jour et perd à chaque fois 5 % de sa masse.
On appelle M_n la masse de savon en grammes après n jours d'utilisation.

Expliquer pourquoi la suite (M_n) est une suite géométrique.
Préciser sa raison et son premier terme.
Combien pèse-t-il au bout de 30 jours ?



c) Une population d'un millier de bactéries double chaque heure.
En utilisant le célèbre arrondi $2^{10} \approx 10^3$, déterminer au bout de combien de temps le nombre de bactéries est de l'ordre de 2 millions.

d) Un capital produit des **intérêts composés** si à la fin de chaque période, les intérêts générés sont ajoutés au capital pour produire de nouveaux intérêts. On dit aussi que les intérêts sont capitalisés.

Un épargnant place 10 000 euros à un taux d'intérêt composé annuel de 2,1 %.
On appelle c_n le montant de son capital après n années de placement.

Expliquer pourquoi la suite (c_n) est une suite géométrique.
Préciser sa raison et son premier terme.

Calculer le capital au bout de 10 ans (arrondir au centime d'euro).

---

4. *a)* Calculer $S_1 = 10 + 20 + 40 + \dots + 400 + 800$.

b) Calculer $S_2 = \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + ... + \frac{2}{3^{10}}$.

c) Calculer $S_3 = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + ... + \frac{1\,024}{3^{10}}$.

d) Calculer l'arrondi à l'unité de la somme des 20 premiers termes d'une suite géométrique de premier terme 200 et de raison 1,5 .

e) Calculer l'arrondi à l'unité de $S_5 = 2 \times 10^3 + 4 + 8 \times 10^{-3} + ... + 2\,048 \times 10^{-27}$.

f) Calculer $S_6 = 3 - 9 + 27 - \dots + 3^{11}$.

g) Calculer $S_7 = 5^2 + 5^3 + 5^4 + ... + 5^{10}$.

h) Exprimer $S_n = \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \frac{2}{81} + ... + \frac{2}{3^n}$ en fonction de n.
