

**Savoir DÉMONTRER AVEC LES COORDONNÉES  
EN GÉOMÉTRIE PLANE REPÉRÉE**

Tous les exercices se passent dans un repère  $(O, I, J)$  orthonormé, dans lequel les calculs de longueurs sont autorisés.

1. On considère les points  $A(4; 6)$ ,  $B(15; 10)$ ,  $C(22; 1)$  et  $D(11; -3)$ .  
Démontrer que  $ABCD$  est un parallélogramme.

---

2. Soit les points  $R(-10; 10)$ ,  $S(10; 2)$  et  $T(30; -6)$ .  
Démontrer que  $S$  est milieu de  $[RT]$ .

---

3. On donne  $E(2; 2\sqrt{3})$ ,  $F(2; -2\sqrt{3})$  et  $G(-4; 0)$ .  
Démontrer que  $EFG$  est équilatéral.

---

4. On considère le quadrilatère  $KLMN$  tel que  $K(1; -3)$ ,  $L(13; 1)$ ,  $M(9; 13)$  et  $N(-3; 9)$ .  
Démontrer que  $KLMN$  est un carré.

---

5. On donne  $A(1; 3)$ ,  $B(7; 6)$  et  $C(4; 12)$ .
  - a) Démontrer que  $ABC$  est un triangle rectangle isocèle.
  - b) Déterminer quel pourcentage de son demi-disque circonscrit  $ABC$  occupe-t-il ?  
*On donnera la valeur exacte du rapport des aires, puis le pourcentage arrondi à 0,1 %.*

---

6. Soit les points  $R(3; 8)$ ,  $S(13; 4)$ ,  $T(-2; 5)$  et  $U(18; -3)$ .  
Démontrer que  $(RS)$  est parallèle à  $(TU)$ .

---

7. Soit  $C(-3; -3)$ ,  $G(4; 2)$  et  $W(39; 27)$ .  
Démontrer que les points  $C$ ,  $G$  et  $W$  sont alignés.

---

8. On donne les points  $M(-5; -3)$  et  $N(4; 9)$  et le vecteur  $\vec{w} \begin{pmatrix} 0,6 \\ 0,8 \end{pmatrix}$ .  
Démontrer que le vecteur  $\vec{w}$  est un vecteur directeur unitaire de la droite  $(MN)$ .

---

9. Démontrer que, pour tout réel  $k$ , les vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} k^2 + k + 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} k^3 - 1 \\ k - 1 \end{pmatrix}$  sont colinéaires.

**10.** Soit les points  $A(5; 7)$ ,  $B(0; 2)$ ,  $C(1; 1)$  et  $D(8; 8)$ .

a) Démontrer que  $\overrightarrow{AB}$  est un vecteur directeur de la droite  $(CD)$ .

b) Calculer les coordonnées de  $K$  milieu de  $[AC]$ .

On nomme  $(\mathcal{C})$  le cercle de centre  $K$  passant par  $A$ .

c) Montrer que  $B$  est sur  $(\mathcal{C})$ .

d) Prouver que  $(AB)$  et  $(BC)$  sont perpendiculaires.

e) On pose le point  $E$  tel que  $\overrightarrow{CE} = \frac{5}{7} \overrightarrow{CD}$ .

Démontrer que  $ABCE$  est un parallélogramme.

f) Quelle est la nature de  $ABCE$  ?

---