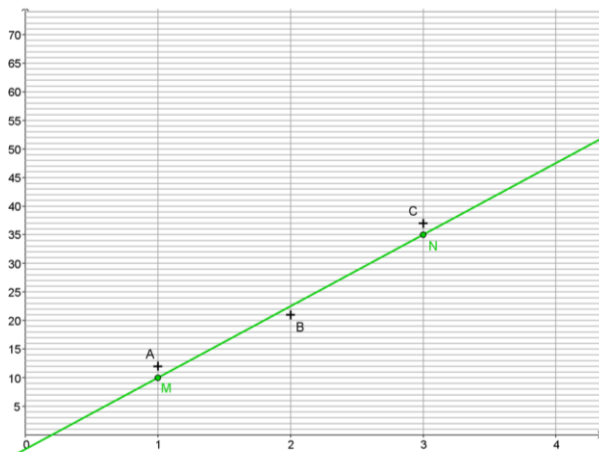


1. a) 1°)

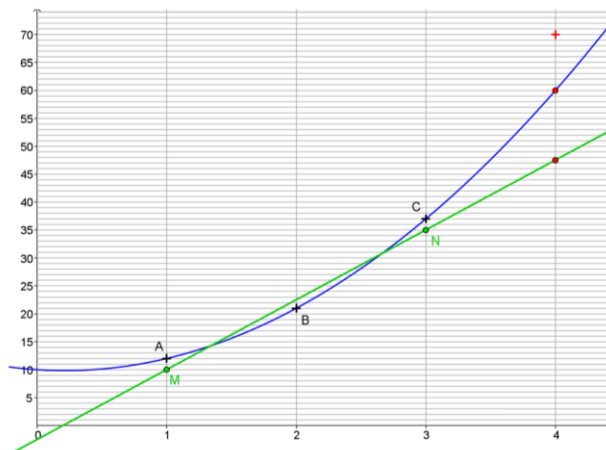


$$\begin{aligned}
 2^\circ) \quad & \begin{cases} M(1; 10) \\ N(3; 35) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = 10 \\ f(3) = 35 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} a \times 1 + b = 10 \\ a \times 3 + b = 35 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 10 \\ 3a + b - a - b = 35 - 10 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} b = 10 - 12,5 = -2,5 \\ a = 12,5 \end{cases}
 \end{aligned}$$

3°) On a donc $f(x) = 12,5x - 2,5$.
 On en déduit : $f(4) = 12,5 \times 4 - 2,5 = 47,5$.
 On peut donc estimer le chiffre d'affaire en 2004 à 47,5 millions d'euros.

b) 1°) $\frac{|47,5 - 70|}{70} = 0,3214... \approx 32,1\%$
 L'erreur commise est donc d'environ 32,1 %.

$$\begin{aligned}
 2^\circ) \quad & \begin{cases} g(1) = 12 \\ g(2) = 21 \\ g(3) = 37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c \times 1^2 + d \times 1 + e = 12 \\ c \times 2^2 + d \times 2 + e = 21 \\ c \times 3^2 + d \times 3 + e = 37 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} c + d + e = 12 : (L_1) \\ 4c + 2d + e = 21 : (L_2) \\ 9c + 3d + e = 37 : (L_3) \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} c + d + e = 12 : (L_1) \\ 3c + d = 9 : (L_2) - (L_1) = (L_2') \\ 8c + 2d = 25 : (L_3) - (L_1) = (L_3') \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} c + d + e = 12 : (L_1) \\ 3c + d = 9 : (L_2') \\ 2c = 7 : (L_3') - 2(L_2') \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 3,5 + d + e = 12 \\ 3 \times 3,5 + d = 9 \\ c = 3,5 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} e = 12 - 3,5 + 1,5 = 10 \\ d = -1,5 \\ c = 3,5 \end{cases}
 \end{aligned}$$



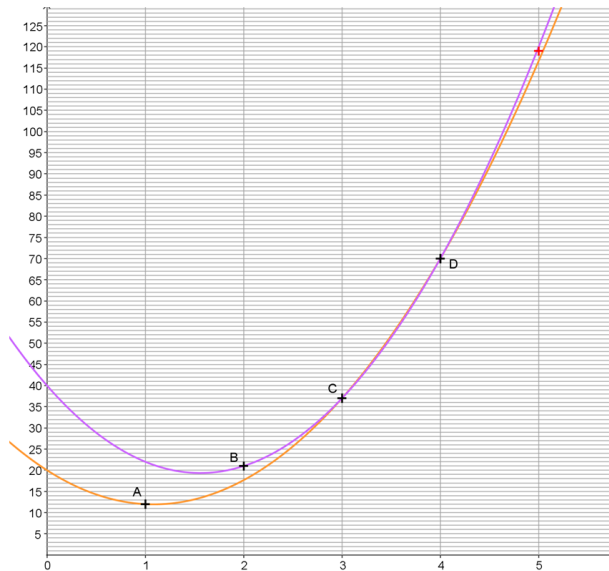
3°) ♦ On a donc $g(x) = 3,5x^2 - 1,5x + 10$.
 On en déduit : $f(4) = 3,5 \times 4^2 - 1,5 \times 4 + 10 = 60$.
 On peut alors estimer le chiffre d'affaire en 2004 à 60 millions d'euros.

♦ $\frac{|60 - 70|}{70} = 0,1428... \approx 14,3\%$
 L'erreur commise est donc d'environ 14,3 %.

c) 1°) On obtient $h_1(x) = \frac{41}{6}x^2 - \frac{89}{6}x + 20$.
 On en déduit : $h_1(5) = \frac{41}{6} \times 5^2 - \frac{89}{6} \times 5 + 20 = \frac{350}{3} \approx 117$.
 On peut alors estimer le chiffre d'affaire en 2005 à 117 millions d'euros.

- 2°) On obtient $h_2(x) = 8,5x^2 - 26,5x + 40$.
 On en déduit : $h_2(5) = 8,5 \times 5^2 - 26,5 \times 5 + 40 = 120$.
 On peut alors estimer le chiffre d'affaire en 2005 à 120 millions d'euros.

- 3°) ♦ $\frac{|117 - 119|}{119} = 0,0168... \approx 1,7\%$
 En approchant avec h_1 , l'erreur commise est d'environ 1,7 % .
- ♦ $\frac{|120 - 119|}{119} = 0,0084... \approx 0,8\%$
 En approchant avec h_2 , l'erreur commise est d'environ 0,8 % .



2. a) D'après l'énoncé :

$$\begin{cases} \mathcal{M}(0) = 20 \\ \mathcal{M}(1) = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\sqrt{0} + b = 20 \\ a\sqrt{1} + b = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 20 \\ a + 20 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 20 \\ a = 80 \end{cases}$$

- b) D'après le a), on a $\mathcal{M}(n) = 80\sqrt{n} + 20$.

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(2) &= 80\sqrt{2} + 20 \\ &\approx 133 \end{aligned}$$

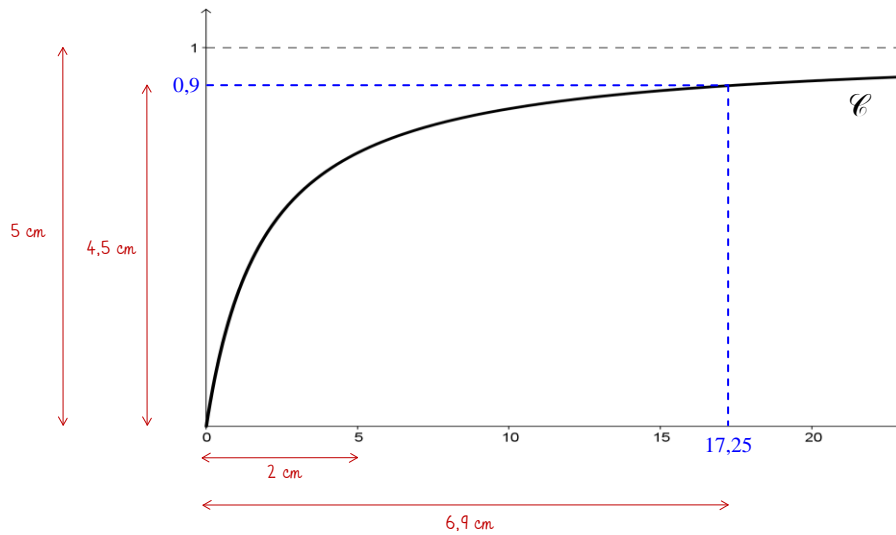
Donc, on peut estimer que 133 mots ont été appris au bout de deux mois.

- c) $\mathcal{M}(n) > 500$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 80\sqrt{n} + 20 > 500 \\ &\Leftrightarrow 80\sqrt{n} > 500 - 20 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{n} > \frac{480}{80} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{n} > 6 \\ &\Leftrightarrow (\sqrt{n})^2 > 6^2 \text{ car la fonction carré est croissante sur } \mathbb{R}^+ \\ &\Leftrightarrow n > 36 \end{aligned}$$

Donc, il dépassera les 500 mots au bout de 36 mois, c'est-à-dire 3 ans.

3. a)



100 % est représenté par 5 cm, donc 90 % est représenté par $\frac{90 \times 5 \text{ cm}}{100} = 4,5 \text{ cm}$.

2 cm représente $x = 5$, donc 6,9 cm représente $x = \frac{6,9 \times 5}{2} = 17,25$.

Graphiquement, on peut estimer que le taux d'équipement à atteint les 90 % durant l'année 1997.

b) D'après l'énoncé :

$$\begin{cases} F(0) = 0 \\ F(10) = 0,8387 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \frac{1}{a \times 0 + b} = 0 \\ 1 - \frac{1}{a \times 10 + b} = 0,8387 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \frac{1}{b} = 0 \\ 1 - \frac{1}{10a + 1} = 0,8387 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ 1 - \frac{1}{10a + 1} = 0,8387 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ \frac{1}{10a + 1} = 1 - 0,8387 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ 10a + 1 = \frac{1}{0,1613} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = \frac{\frac{1}{0,1613} - 1}{10} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a \approx 0,52 \end{cases}$$

c) D'après le b), on a $F(x) = 1 - \frac{1}{0,52x + 1}$.

Alors :

$$1 - \frac{1}{0,52x + 1} = 0,9$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{0,52x + 1} = 0,9$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{0,52x + 1} = 1 - 0,9$$

$$\Leftrightarrow 0,52x + 1 = \frac{1}{0,1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\frac{1}{0,1} - 1}{0,52}$$

On en déduit : $x = 17,307...$ ce qui confirme l'année 1997 trouvée au a).

d) L'année 2010 correspond à $x = 30$.

$$F(30) = 1 - \frac{1}{0,52 \times 30 + 1} = 0,939759... \approx 93,98 \%$$

Avec cette modélisation, le taux d'équipement au début de l'année 2010 était d'environ 93,98 %.
