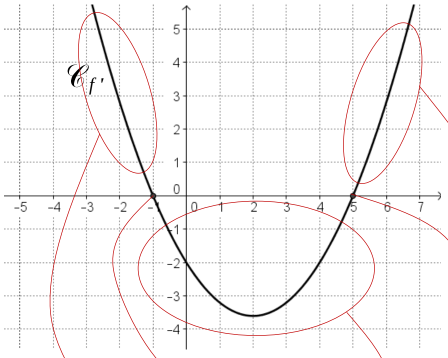
# *Correction de* SOS MATH 1$^{\text{ère}}$ S – ÉTUDES DE FONCTIONS - Fiche 5

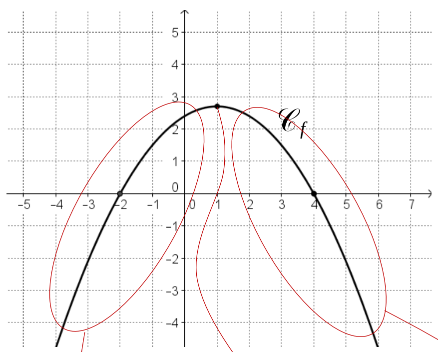
**1.** *a)*




On a la courbe de $f'$ et donc des renseignements sur la deuxième ligne du tableau.
Que l'on traduit dans la troisième ligne.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signes de $f'$ | | + | 0 | – | 0 | + | |
| Variations de $f$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

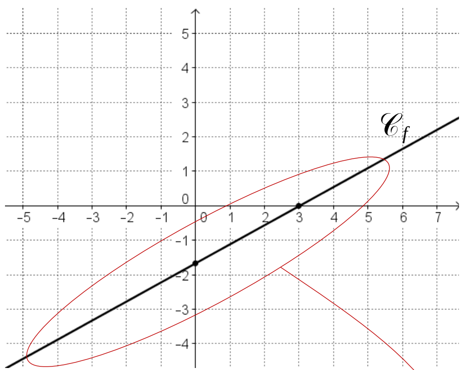
*b)*




On a la courbe de $f$ et donc des renseignements sur la troisième ligne du tableau.
Que l'on traduit dans la deuxième ligne.

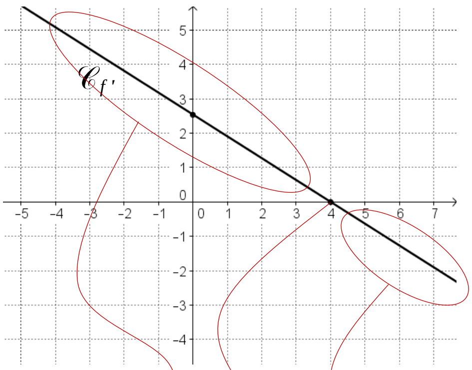
| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Signes de $f'$ | | + | 0 | – | |
| Variations de $f$ | | ↗ | | ↘ | |

*c)*



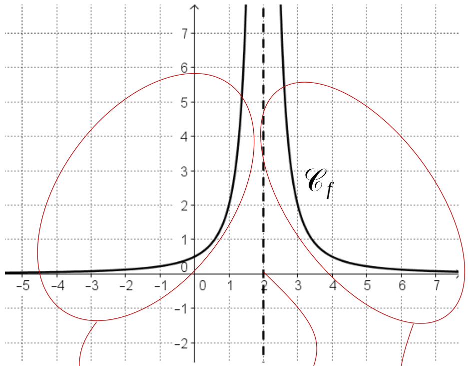

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| Signes de $f'$ | | + | |
| Variations de $f$ | | ↗ | |

***d)***



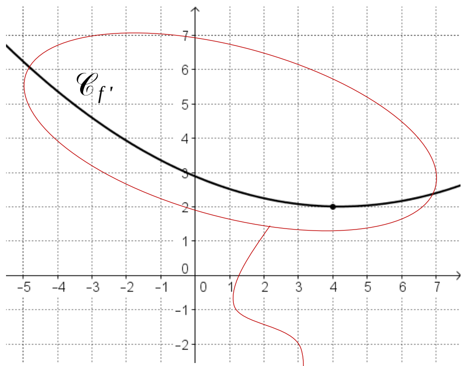

| $x$ | $-\infty$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Signes de $f'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| Variations de $f$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | |

***e)***



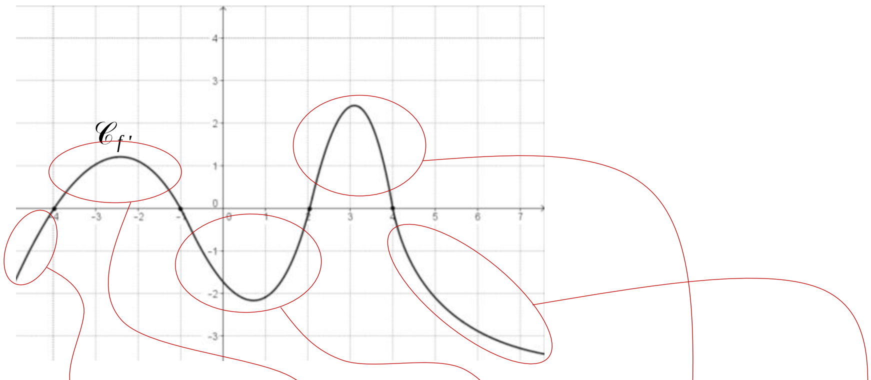

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Signes de $f'$ | | $+$ | $\|\|$ | $-$ | |
| Variations de $f$ | | $\nearrow$ | $\|\|$ | $\searrow$ | |

***f)***



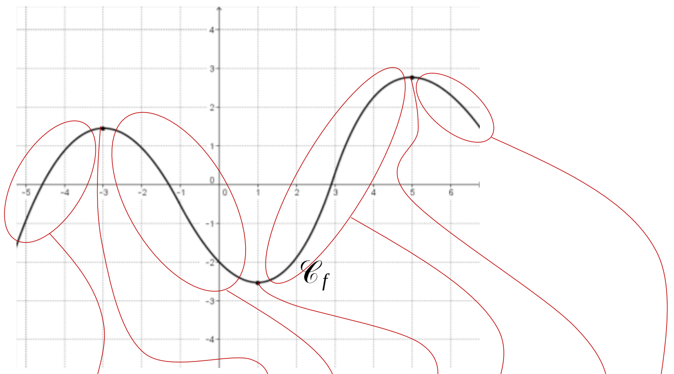

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| Signes de $f'$ | | $+$ | |
| Variations de $f$ | | $\nearrow$ | |

***g)***



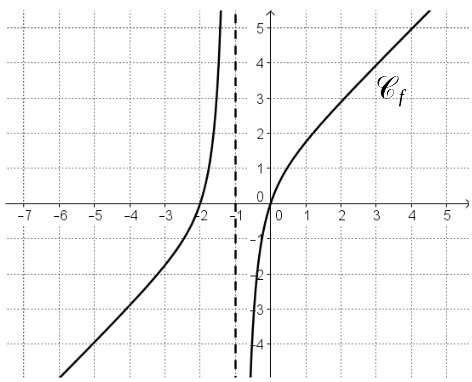

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $-1$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signes de $f'$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |
| Variations de $f$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | |

***h)***



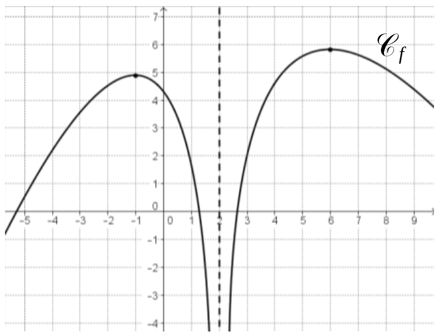

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $1$ | | $5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signes de $f'$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |
| Variations de $f$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | |

***i)***



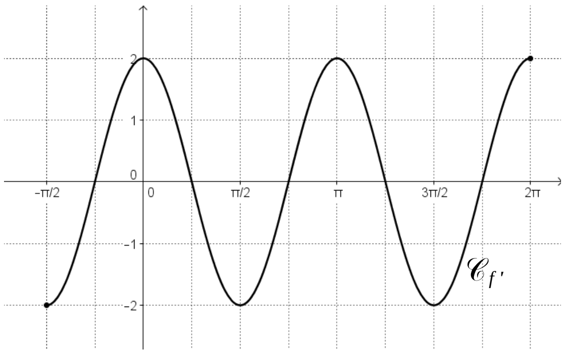

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Signes de $f'$ | | $+$ | ‖ | $+$ | |
| Variations de $f$ | | ↗ | ‖ | ↗ | |

*j)*



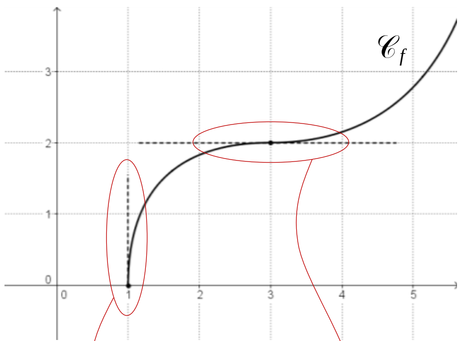

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $6$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signes de $f'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| Variations de $f$ | | ↗ | | ↘ | ‖ | ↗ | | ↘ | |

*k)*



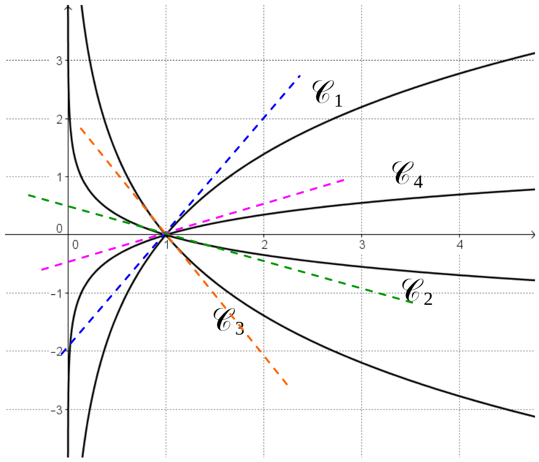

| $x$ | $-\infty$ | | $-\pi/4$ | | $\pi/4$ | | $3\pi/4$ | | $5\pi/4$ | | $7\pi/4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signes de $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| Variations de $f$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

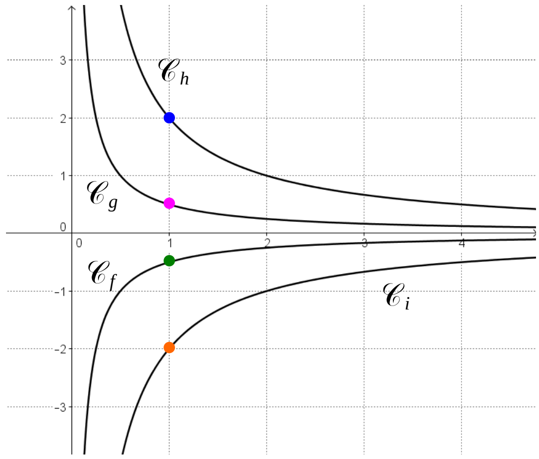
*l)*




| $x$ | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Signes de $f'$ | ‖ | $+$ | $0$ | $+$ | |
| Variations de $f$ | $0$ | ↗ | $2$ | ↗ | |

**2.** ***a)***



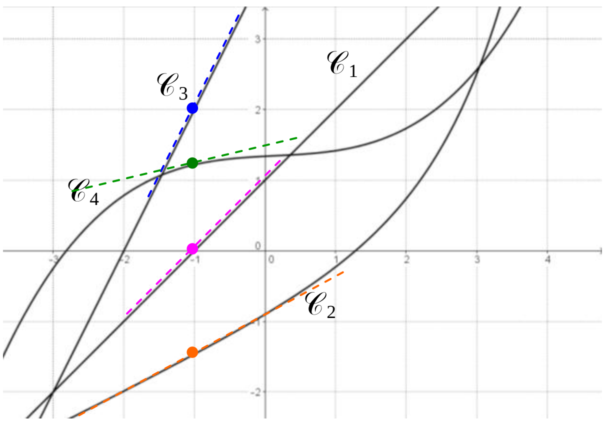

$F_1$ et $F_4$ sont strictement croissantes, donc de dérivées strictement positives.
Leurs dérivées sont $g$ ou $h$ .
En traçant les tangentes au point $(1 ; 0)$ à $\mathscr{C}_1$ (en bleu) et à $\mathscr{C}_4$ (en rose), on voit que $F_1'(1) > F_4'(1)$ .
Comme $h(1) > g(1)$ , on en déduit que $h$ est la dérivée de $F_1$ et que $g$ est la dérivée de $F_4$ .

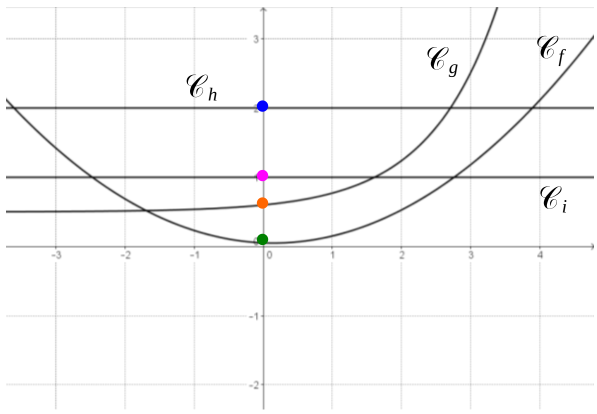
Sans choisir un point en particulier, on voit que $F_1$ croît plus vite que $F_4$ , donc la dérivée de $F_1$ est supérieure à celle de $F_4$ .

De même, $F_2$ et $F_3$ sont strictement décroissantes, donc de dérivées strictement négatives.
Leurs dérivées sont $f$ ou $i$ .
En traçant les tangentes au point $(1 ; 0)$ à $\mathscr{C}_2$ (en vert) et à $\mathscr{C}_3$ (en orange), on voit que $F_2'(1) > F_3'(1)$ .
Comme $f(1) > i(1)$ , on en déduit $f$ est la dérivée de $F_2$ et que $i$ est la dérivée de $F_3$ .

Sans choisir un point en particulier, on voit que $F_2$ décroît moins vite que $F_3$ , donc la dérivée de $F_2$ est supérieure à celle de $F_3$ .

***b)***




$F_1$ , $F_2$ . $F_3$ et $F_4$ sont toutes strictement croissantes, donc de dérivées strictement positives.
Or, $f$ , $g$ , $h$ et $i$ sont toutes strictement positives : on ne peut pas les différencier.

<u>1ère méthode</u> : avec un point particulier

En traçant les tangentes aux points d'abscisse $-1$ , on voit que $F_3'(-1) > F_1'(-1) > F_2'(-1) > F_4'(-1)$ .
Comme $h(-1) > i(-1) > g(-1) > f(-1)$ , on en déduit que $h$ est la dérivée de $F_3$ , $i$ est la dérivée de $F_1$ , $g$ est la dérivée de $F_2$ et que $f$ est la dérivée de $F_4$ .

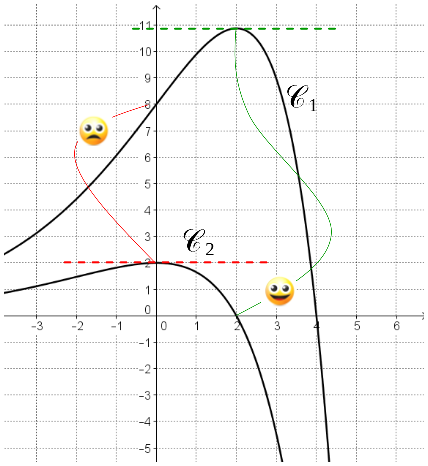
<u>2ème méthode</u> : étude globale

$\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_3$ sont des droites, donc $F_1$ et $F_3$ sont affines et donc leurs fonctions dérivées sont constantes.
Leurs dérivées sont $h$ ou $i$ .
On voit que les tangentes à $\mathscr{C}_1$ ont toutes comme coefficient directeur $1$ , donc $i$ est la dérivée de $F_1$ .
On voit que les tangentes à $\mathscr{C}_3$ ont toutes comme coefficient directeur $2$ , donc $h$ est la dérivée de $F_1$ .

On voit que $F_2$ croît de plus en plus vite, donc les coefficients directeurs des tangentes sont de plus en plus grands, et donc sa fonction dérivée doit être croissantes.
On en déduit que $g$ est la dérivée de $F_2$ .

On voit que $F_4$ croît de moins en moins vite sur $]-\infty ; 0]$ , puis de plus en plus vite sur $[0 ; +\infty[$ .
Donc, les coefficients directeurs des tangentes diminuent puis augmentent.
On en déduit que $f$ est la dérivée de $F_4$ .

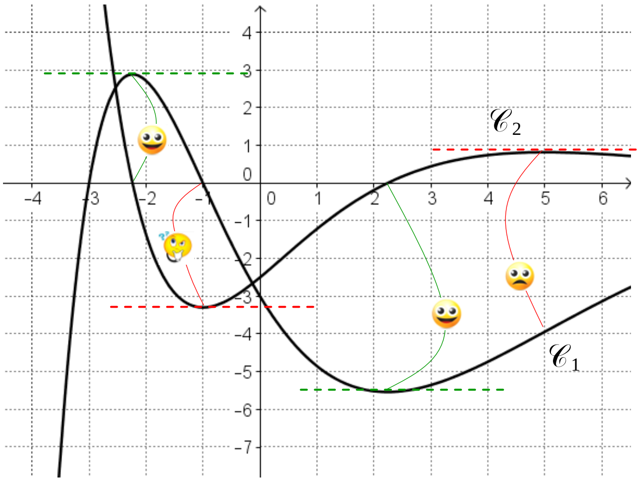
**3.** ***a)***




Si $\mathscr{C}_2$ représentait $f$, sa tangente horizontale au point $(0\,;2)$ impliquerait $f'(0)=0$.
Et alors $\mathscr{C}_1$ devrait couper l'axe des abscisses en $0$ : ce n'est pas le cas.
Donc, $\mathscr{C}_1$ représente $f$ et $\mathscr{C}_2$ représente $f'$.

On peut le confirmer avec la tangente horizontale à $\mathscr{C}_1$ au point d'abscisse $2$ qui impliquerait $f'(2)=0$.
Or, $\mathscr{C}_2$ coupe bien l'axe des abscisses en $2$.

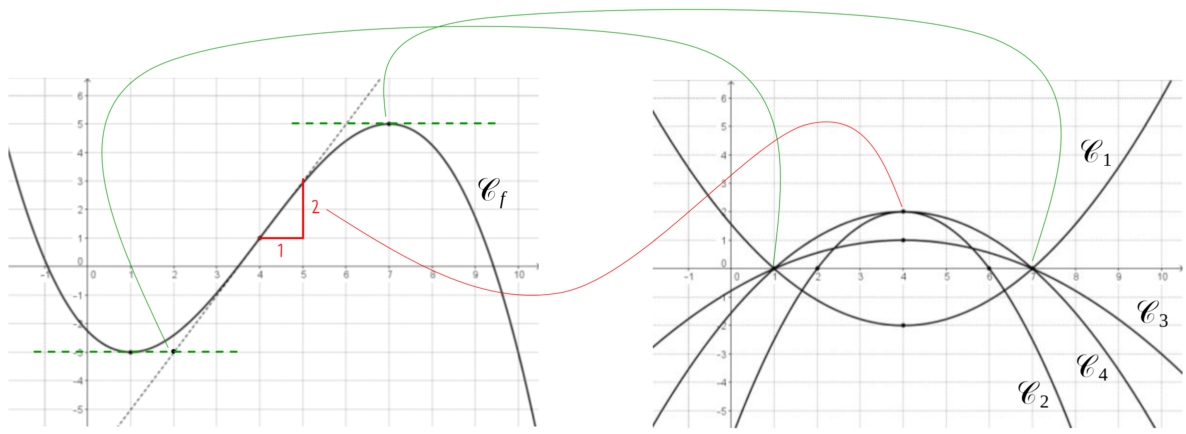
***b)***




Si $\mathscr{C}_2$ représentait $f$, sa tangente horizontale au point d'abscisse $-1$ impliquerait $f'(-1)=0$.
Et alors $\mathscr{C}_1$ devrait couper l'axe des abscisses en $-1$ : c'est bien le cas.
Mais la deuxième tangente horizontale au point d'abscisse $5$ impliquerait $f'(5)=0$.
Et alors $\mathscr{C}_1$ devrait couper l'axe des abscisses aussi en $5$ : ce n'est pas le cas.
Donc, $\mathscr{C}_1$ représente $f$ et $\mathscr{C}_2$ représente $f'$.

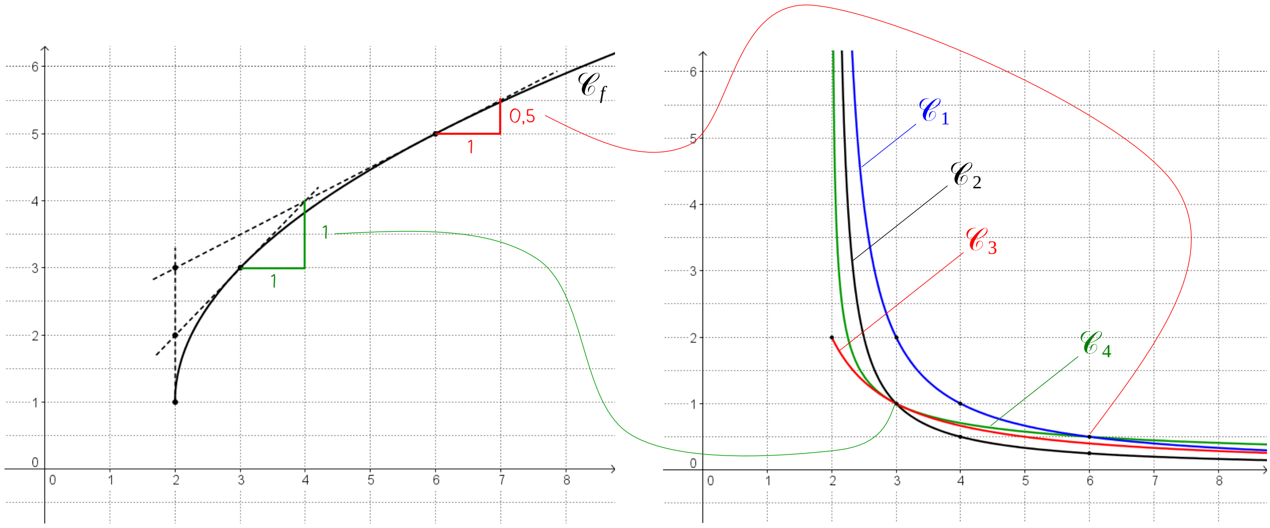
On peut le confirmer avec les tangentes horizontales à $\mathscr{C}_1$ aux point d'abscisses un peu avant $-2$ et un peu après $2$ où $\mathscr{C}_2$ coupe bien l'axe des abscisses.

***a)***




- $\mathscr{C}_f$ présente deux tangentes horizontales aux points d'abscisses $1$ et $7$.
  Cela implique $\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f'(7) = 0 \,. \end{cases}$
  Or $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_3$ et $\mathscr{C}_4$ coupent bien l'axe des abscisses en $1$ et $7$, mais pas $\mathscr{C}_3$ : elle ne représente pas $f'$.
- $f$ est croissante sur $[\,1\,;7\,]$ donc $f'$ est positive sur $[\,1\,;7\,]$, donc $\mathscr{C}_1$ ne représente pas $f'$.
- $\mathscr{C}_f$ présente une tangente de coefficient directeur $2$ au point d'abscisse $4$.
  Cela implique $f'(4) = 2$.
  $\mathscr{C}_4$ passe bien par le point $(\,4\,;2\,)$ mais pas $\mathscr{C}_3$.
  Donc, c'est $\mathscr{C}_4$ qui représente $f'$.

***b)***




- $\mathscr{C}_f$ présente une tangente verticale au point d'abscisse $2$.
  Cela implique que $f$ n'est pas dérivable en $2$ et donc $f'(2)$ n'existe pas : par conséquent $\mathscr{C}_3$ ne représente pas $f'$.
- $\mathscr{C}_f$ présente une tangente de coefficient directeur $1$ au point d'abscisse $3$.
  Cela implique $f'(3) = 1$.
  $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_4$ passent bien par le point $(\,3\,;1\,)$ mais pas $\mathscr{C}_1$ : elle ne représente pas $f'$.
- $\mathscr{C}_f$ présente une tangente de coefficient directeur $0{,}5$ au point d'abscisse $6$.
  Cela implique $f'(6) = 0{,}5$.
  $\mathscr{C}_4$ passe bien par le point $(\,6\,;0{,}5\,)$ mais pas $\mathscr{C}_2$ : elle ne représente pas $f'$.

  Donc, c'est $\mathscr{C}_4$ qui représente $f'$.