Correction de SOS MATH 1ère S - POLYNÔMES - Fiche 2

1. ***a)*** $59\times1^2 + 2\times1 - 61 = 59 + 2 - 61 = 0$
donc 1 est racine de $59x^2 + 2x - 61$
donc $59x^2 + 2x - 61$ est factorisable par $(x - 1)$.

b) $x^2 + \sqrt{2} = 0$
$\Leftrightarrow x^2 = -\sqrt{2}$

Or, un carré n'est jamais négatif,
donc cette équation n'a pas de solution,
donc $x^2 + \sqrt{2}$ n'a pas de racine.
donc $x^2 + \sqrt{2}$ n'est pas factorisable.

---

2. ***a)*** $3\times11^2 - 29\times11 - 44 = 363 - 319 - 44 = 0$ → Bien montrer qu'on fait les calculs sans tricher et écrire directement 0 .
Donc 11 est bien racine de P. → Et conclure !

b) $P(x) = (x - 11)(ax + b)$ → Voir Fiche PO 01 .

$\Leftrightarrow 3x^2 - 29x - 44 = ax^2 + bx - 11ax - 11b$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 29x - 44 = ax^2 + (b - 11a)x - 11b$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b - 11a = -29 \\ -11b = -44 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b - 11a = -29 \\ b = \dfrac{-44}{-11} = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases} \quad \text{car } 4 - 11\times3 = 4 - 33 = -29$$

c) $3x^2 - 29x - 44 = 0$
$\Leftrightarrow (x - 11)(3x + 4) = 0$
$\Leftrightarrow x = 11$ ou $x = -\dfrac{4}{3}$ → Passage rapide autorisé en 1ère.

Donc $\mathscr{S} = \{ 11 ; -\dfrac{4}{3} \}$.

---

3. ***a)*** Voir 1.

b)
- $-\dfrac{3}{2}$ est une racine de Q
  donc $Q(x)$ est de la forme $(x + \dfrac{3}{2})(ax + b)$ avec a et b réels. → Attention à ne pas oublier cette justification !

- $(x + \dfrac{3}{2})(ax + b) = 6x^2 + 7x - 3$

  $\Leftrightarrow ax^2 + (b + \dfrac{3a}{2})x + \dfrac{3b}{2} = 6x^2 + 7x - 3$

  $$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b + \dfrac{3a}{2} = 7 \\ \dfrac{3b}{2} = -3 \end{cases}$$

  $$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b + \dfrac{3a}{2} = 7 \\ b = -3\times\dfrac{2}{3} = -2 \end{cases}$$

  $$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -2 \end{cases} \quad \text{car } -2 + \dfrac{3\times6}{2} = -2 + 9 = 7$$

- Donc, la forme factorisée de $Q(x)$ est $(x + \dfrac{3}{2})(6x - 2)$. → Ne pas oublier de répondre à la question posée.

c) On trouve facilement $\mathscr{S} = \{ -\dfrac{3}{2} ; \dfrac{1}{3} \}$.

4. *a)* $9\times1^3 - 39\times1^2 + 40\times1 - 12 = 9 - 39 + 40 - 12 = -2$
donc 1 n'est pas racine de R.

$9\times2^3 - 39\times2^2 + 40\times2 - 12 = 72 - 156 + 80 - 12 = -16$
donc 2 n'est pas racine de R. → Vous n'êtes pas obligés de montrer les échecs...

$9\times3^3 - 39\times3^2 + 40\times3 - 12 = 243 - 351 + 120 - 12 = 0$
donc 3 est racine de R.

b) $(x-3)(ax^2+bx+c) = 9x^3 - 39x^2 + 40x - 12$

$\Leftrightarrow ax^3 + bx^2 + cx - 3ax^2 - 3bx - 3c = 9x^3 - 39x^2 + 40x - 12$

$\Leftrightarrow ax^3 + (b-3a)x^2 + (c-3b)x - 3c = 9x^3 - 39x^2 + 40x - 12$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b - 3a = -39 \\ c - 3b = 40 \\ -3c = -12 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = -39 + 3\times9 = -12 \\ c - 3b = 40 \\ c = \dfrac{-12}{-3} = 4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = -12 \\ c = 4 \end{cases}$ car $4 - 3\times(-12) = 4 + 36 = 40$

c) D'après *a)* :

$R(x) = (x-3)(9x^2 - 12x + 4)$

$= (x-3)(3x-2)^2$ → Malheur à celui qui ne voit pas l'identité remarquable...

d) $R(x) = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)(3x-2)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 3$ ou $x = \dfrac{2}{3}$

Donc $\mathscr{S} = \{ 3 ; \dfrac{2}{3} \}$.

5. *a)* $(-1)^3 + (-1)^2 + 9\times(-1) + 9 = -1 + 1 - 9 + 9 = 0$
donc -1 est racine de S.

b)
- -1 est une racine de S
donc $S(x)$ est de la forme $(x+1)(ax^2+bx+c)$ avec a, b et c réels.

- $(x+1)(ax^2+bx+c) = x^3 + x^2 + 9x + 9$
$\Leftrightarrow ax^3 + (a+b)x^2 + (b+c)x + c = x^3 + x^2 + 9x + 9$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a + b = 1 \\ b + c = 9 \\ c = 9 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 - 1 = 0 \\ b + c = 9 \\ c = 9 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 9 \end{cases}$ car $0 + 9 = 9$

Donc $S(x) = (x+1)(x^2+9)$.

- $x^2 + 9 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 = -9$

Or, un carré n'est jamais négatif,
donc cette équation n'a pas de solution,
donc $x^2 + 9$ n'a pas de racine.
donc $x^2 + 9$ n'est pas factorisable.

- Donc, la factorisation complète de $S(x)$ est $(x+1)(x^2+9)$.

6. ***a)*** Voir 1.

b) $(x-5)\,q(x) = (x-5)(7x^2-9x-10)$ → Attention ! Question toute simple… il suffit de développer…

$= 7x^3 - 9x^2 - 10x - 35x^2 + 45x + 50$

$= 7x^3 - 44x^2 + 35x + 50$ → … et de retomber sur $p(x)$.

c) Nous avons une factorisation partielle de $p(x)$.
Pour résoudre l'équation, il nous faut la factorisation complète, c'est-à-dire celle de $q(x)$:

- 2 est une racine de q
  donc $q(x)$ est de la forme $(x-2)(ax+b)$ avec a et b réels.
- $(x-2)(ax+b) = 7x^2-9x-10$

  $\Leftrightarrow ax^2 + (b-2a)x - 2b = 7x^2 - 9x - 10$

  $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b - 2a = -9 \\ -2b = -10 \end{cases}$

  $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b - 2a = -9 \\ b = \dfrac{-10}{-2} = 5 \end{cases}$

  $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 5 \end{cases}$ car $5 - 2\times 7 = 5 - 14 = -9$

- On en déduit que la factorisation complète de $p(x)$ est $(x-5)(x-2)(7x+5)$.
- Donc :

  $7x^3 - 44x^2 + 35x + 50 = 0$

  $\Leftrightarrow (x-5)(x-2)(7x+5) = 0$

  $\Leftrightarrow x = 5$ ou $x = 2$ ou $x = -\dfrac{5}{7}$

  Donc $\mathscr{S} = \{\, 5\,;\, 2\,;\, -\dfrac{5}{7} \,\}$.