

1. Ce qu'il faut savoir :**Propriété**

On considère a un nombre réel positif ou nul et n un nombre entier naturel non nul

L'équation $x^n = a$ admet une unique solution dans \mathbb{R}^+

Cette solution est le nombre réel noté $a^{\frac{1}{n}}$. Cette solution est appelée **racine n-ième de a**

2. Comment résoudre une équation de la forme $x^n = a$, avec $a \geq 0$?

- **Une situation : énoncé de l'exercice**

1/ Résoudre, dans $[0; +\infty[$ l'équation $x^5 = 0,3$. Donner la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie à 10^{-2} près de la solution.

2/ Donner la racine troisième de 125.

- **Méthode de résolution**

1/ On écrit que la solution, dans \mathbb{R}^+ de l'équation $x^n = a$ est le nombre $a^{\frac{1}{n}}$

La solution exacte dans \mathbb{R}^+ de l'équation $x^5 = 0,3$ est donc le nombre $0,3^{\frac{1}{5}}$

On arrondit à l'aide de la calculatrice ou du tableur

$$0,3^{\frac{1}{5}} \approx 0,79$$

2/ On se rappelle que la racine n-ième est la solution dans \mathbb{R}^+ de l'équation $x^n = a$

La solution exacte dans \mathbb{R}^+ de l'équation $x^3 = 125$ est donc le nombre $125^{\frac{1}{3}} = 5$ (ici ça tombe juste)

Exercice 1

Résoudre, dans $[0; +\infty[$, l'équation $x^{10} = 7$. Donner la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie à 10^{-2} près de la solution en utilisant une calculatrice ou un tableur.

Exercice 2

Résoudre, dans $[0; +\infty[$, chacune des équations suivantes (solution arrondie à 10^{-3} près si nécessaire) en utilisant une calculatrice ou un tableur.

1. $x^2 = 64$.
2. $x^5 = 32$.
3. $x^4 = 9,9$.
4. $x^6 = 25$.
5. $x^8 = \frac{5}{4}$.
6. $x^{12} = 0,74$.

Exercice 3

Déterminer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse.

1. $4^{\frac{1}{3}}$ est la racine cubique de 4.
2. $4^{\frac{1}{2}}$ est la solution, dans $[0; +\infty[$, de l'équation $x^2 = 16$.
3. $7^{\frac{1}{5}}$ est le nombre a qui vérifie $a^5 = 7$.
4. $36^{\frac{1}{2}} = 6$.
5. $16^{\frac{1}{4}} = 4$.
6. $\left(3,5^{\frac{1}{5}}\right)^5 = 3,5$.
7. $9^{\frac{1}{6}}$ est la solution, dans $[0; +\infty[$, de l'équation $x^9 = 6$.
8. $4^{\frac{1}{5}}$ est la solution, dans $[0; +\infty[$, de l'équation $x^5 = 4$.