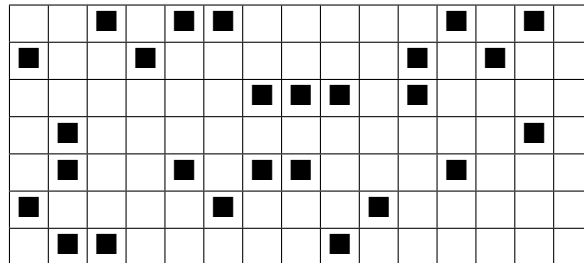


AUTOMATE ET MACHINE DE TURING

Exercice n° 1 *Un petit robot tout simple*

Un robot est amené à se déplacer sur le pavage ci-dessous.



Il entre dans ce quadrillage par un bord (Nord, Ouest, Sud ou Est) et ensuite obéit à l'algorithme pré-programmé suivant :

```

Faire
  Si la case située devant est libre Alors
    Avancer
  Sinon
    Tourner d'un quart de tour dans le sens horaire
  Fin du Si
Jusqu'à sortir du quadrillage
  
```

- Où le robot va-t-il sortir du quadrillage si il entre par la 3^e case (en partant du haut) du bord Ouest ?
- Où le robot doit-il entrer pour ressortir par la 5^e case (en partant de la gauche) du bord Sud (2 solutions) ?
- Que se passe-t-il si le robot entre par la 7^e case du bord Sud (en partant de la gauche) ?

Exercice n° 2 *Un robot un peu plus évolué*

Cette fois, le robot est doté d'une mémoire de ... 1 bit ! C'est à dire une case dans laquelle il peut stocker un chiffre binaire (0 ou 1) qu'on appellera son état. On le positionne à la frontière du quadrillage précédent, à l'extérieur de celui-ci et prêt à y rentrer. Il est maintenant programmé avec l'algorithme suivant.

```

Se mettre à l'état 0
Faire
  Si la case située devant est libre Alors
    Avancer
    Changer d'état
  Sinon
    Si on est à l'état 0 Alors
      Tourner d'un quart de tour dans le sens horaire
    Sinon
      Tourner d'un quart de tour dans le sens anti-horaire
    Fin du Si
  Fin du Si
Jusqu'à sortir du quadrillage
  
```

- Étudier le cas où le robot est positionné pour entrer par la 2^e case (en partant de la gauche) du bord Nord.
- Étudier le cas où le robot est positionné pour entrer par la 8^e case (en partant de la gauche) du bord Sud.

Exercice n° 3 *Un exemple simple de machine de Turing*

Considérons un automate muni d'une tête de lecture/écriture se promenant sur un ruban constitué d'une suite de cases pouvant être vierges ("B") ou contenir une information binaire ("0" ou "1"). Cet automate a la faculté de se déplacer d'une case vers la gauche ou la droite, de lire le caractère inscrit sur le ruban et d'écrire un caractère sur le ruban (remplaçant le précédent). De plus, cet automate possède un certain nombre d'états qui vont déterminer son comportement.

Dans cet exemple, la tête de lecture a deux états possibles et le ruban est constitué d'une suite contiguë de chiffres binaires, les autres cases étant vierges. Au commencement, la tête de lecture écriture est positionnée dans l'état 0 sur une des cases vierges située à gauche du nombre binaire.

L'algorithme est résumé dans le tableau ci-contre donnant les actions à effectuer (écriture, déplacement, changement d'état) en fonction de l'état et du caractère lu. Nous y lisons par exemple que si l'automate est dans l'état E_0 et qu'il lit un "0", alors il doit écrire un "1", se déplacer d'une case vers la droite et passer dans l'état E_1 .

État	Car. lu	Écrire	Déplac.	Nouv. état
E_0	B	B	droite	E_0
	1	0	droite	E_1
	0	1	droite	E_1
E_1	B	Arrêt		
	1	0	droite	E_1
	0	1	droite	E_1

a) Faire fonctionner la machine sur le ruban suivant :

...	B	B	0	1	0	0	1	1	B	B	...
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

b) Pouvez-vous résumer en une phrase l'action opérée par cet algorithme ?

Exercice n° 4 *Un exemple moins simple de machine de Turing*

L'automate possède ici 9 états et est programmé par l'algorithme résumé dans le tableau ci-dessous et il est positionné au départ dans l'état 0 sur le chiffre binaire de gauche du nombre inscrit sur le ruban qui, comme dans l'exemple précédent, contient une suite continue de chiffres binaire, les autres cases étant vierges.

État	Caractère lu	Écrire	Déplacement	Nouvel état
E_0	B	Arrêt		
	0	B	droite	E_1
	1	B	droite	E_5
E_1	B	B	droite	E_2
	0 - 1	inchangé	droite	E_1
E_2	B	0	gauche	E_3
	0 - 1	inchangé	droite	E_2
E_3	B	B	gauche	E_4
	0 - 1	inchangé	gauche	E_3
E_4	B	0	droite	E_0
	0 - 1	inchangé	gauche	E_4
E_5	B	B	droite	E_6
	0 - 1	inchangé	droite	E_5
E_6	B	1	gauche	E_7
	0 - 1	inchangé	droite	E_6
E_7	B	B	gauche	E_8
	0 - 1	inchangé	gauche	E_7
E_8	B	1	droite	E_0
	0 - 1	inchangé	gauche	E_8

a) Faire fonctionner la machine sur le ruban suivant :

...	B	B	0	1	1	0	B	B	...
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

b) Essayez avec un autre nombre binaire (3 ou 4 bits) puis résumez en une phrase l'action opérée par cet algorithme ?

c) Que faudrait-il changer dans l'algorithme pour que le nombre inscrit sur le ruban soit recopié avec une inversion des chiffres binaires (c'est à dire que le ruban B01101BBB... devienne B01101B10010BB...)?